Kombinationer

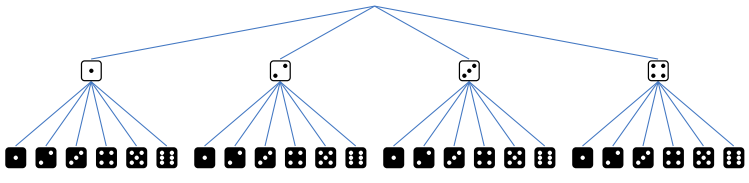
Når hvert udfald har en lige stor sandsynlighed, dvs. for et symmetrisk sandsynlighedsfelt, kan sandsynligheden for en hændelse beregnes ved at dividere antallet af gunstige udfald med det samlede antal af udfald. Med andre ord divideres størrelsen af hændelsesmængden $\mathbb{H}$ med størrelsen af udfaldsmængden $\mathbb{U}$.

I tilfælde af et terningkast med en 6-sidet terning er det rimeligt ligetil at se, at udfaldsmængden har en størrelse på $|\mathbb{U}| = 6$. Men kaster man en 4-sidet terning sammen med en 6-sidet terning er størrelsen på udfaldsmængden måske lidt mindre åbenlyst. En måde at finde ud af det på er ved at skrive samtlige udfald op og tælle men man kan dog hutigt se, at fordi der er tale om to sammenfaldende hændelser – altså de to terningers udfald – kan samtlige kombinationer opstilles ved at bruge rækker til udfaldet af den ene hændelse og søjler til udfaldet af den anden hændelse:

$$\mathbb{U} = \Big\{ (\boxdot, \blacksquare), (\boxdot, \blacksquare), (\boxdot, \blacksquare), (\boxdot, \blacksquare), (\boxdot, \blacksquare), (\boxdot, \blacksquare), \\ (\boxdot, \blacksquare), (\boxdot, \blacksquare), (\boxdot, \blacksquare), (\boxdot, \blacksquare), (\boxdot, \blacksquare), (\boxdot, \blacksquare), \\ (\boxdot, \blacksquare), (\boxdot, \blacksquare), (\boxdot, \blacksquare), (\boxdot, \blacksquare), (\boxdot, \blacksquare), (\boxdot, \blacksquare), \\ (\boxdot, \blacksquare), (\boxdot, \blacksquare), (\boxdot, \blacksquare), (\boxdot, \blacksquare), (\boxdot, \blacksquare), (\boxdot, \blacksquare) \Big\}$$

Det samlede antal af udfald kan altså beregnes ved at gange antallet af rækker med antallet af søjler hvilket vil sige antallet af udfald for den ene hændelse 4 med antallet af udfald for den anden hændelse 6 hvilket i dette tilfælde giver $4 \cdot 6 = 24$.

En anden måde at visualisere dette princip på er ved at anvende et såkaldt *tælletræ* hvor hver udfald for den ene hændelse sættes sammen med etvhert udfald for den anden hændelse i en træstruktur. For eksemplet med et terningkast af en 4-sidet terning sammen med en 6-sidet terning vil tælletræet se ud som vist nedenfor.



I et tælletræet ses at alle kombinationerne er frembragt ved at alle mulighederne for udfaldet af den 4-sidet terning i første række er sammensat med alle mulighederne for den 6-sidet terning i anden række.

I tilfælde af at man skal kombinere udfald der har ens udfaldsmængder dvs. hvis man f.eks. slår fire 6-sidet terninger hvor hver terning har udfaldsmængden $\{\boxdot, \boxdot, \boxdot, \boxdot, \boxdot, \boxdot\}$. For at bestemme antallet af kombinerede udfald vil man altså skulle gange størrelsen af udfaldsmængden dvs. 6 med sig selv fire gange. Til denne type af beregning kan man derfor anvende potenser til nemt at opskrive antallet af kombinationer idet $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^4$.

Beregninger af antallet af forskellige kombinationer kan opsummeres i følgende sætning.

Kombinationer

For n uafhængige udfald med udfaldsmængder på hhv. $\mathbb{U}_1, \mathbb{U}_2, ..., \mathbb{U}_n$, hvor $|\mathbb{U}_1|, ..., |\mathbb{U}_n|$ er antallet af forskellige muligheder for de n udfald, kan antallet af kombinerede udfald beregnes ved:

$$K = |\mathbb{U}_1| \cdot |\mathbb{U}_2| \cdot ... \cdot |\mathbb{U}_n|$$

For n uafhængige udfald, der hver har samme udfaldsmængde $\mathbb{U}$ kan antallet af kombinerede udfald beregnes ved:

$$K = |\mathbb{U}|^n$$