

Punkter

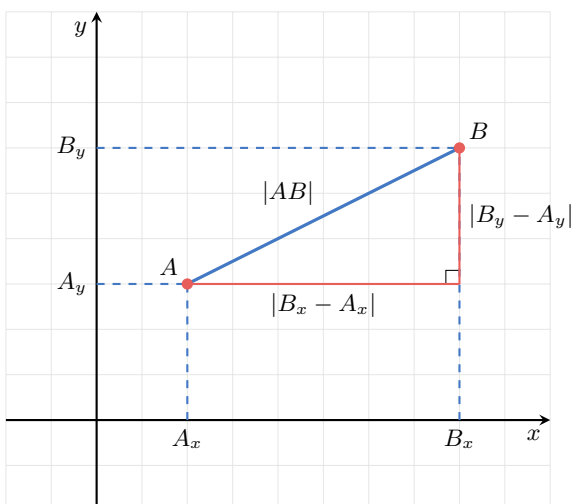
I analytisk geometri svarer et punkt P til et specifikt koordinat specificeret med talværdierne P_x og P_y . Punktet P således skrives direkte som:

$$P = (P_x, P_y)$$

Idet et punkt svarer til et koordinat – dvs. en position – kan et punkt ikke have nogen rummelig udtrækning og har derfor hverken en længde, et areal eller et rumfang.

Afstanden mellem to punkter

Såfremt man har givet to punkter kan disse anvendes til at definere et linjestykke mellem punkterne. Længden af linjestykket vil udgøre den korteste afstand mellem de to punkter. For at udlede en formel for afstanden mellem to punkter anvendes figuren nedenfor.



Fra punktet A tegnes en vandret linje, og fra punktet B tegnes en lodret linje, således de to linjer mødes og danner en retvinklet trekant hvor linjestykket $|AB|$ udgør hypotenusen. Længden af kateterne svarer til længderne på de respektive koordinataksler dvs. $|B_x - A_x|$ og $|B_y - A_y|$.

Pythagoras' sætning kan nu anvendes til at finde længden $|AB|$:

$$\begin{aligned} |AB|^2 &= |B_x - A_x|^2 + |B_y - A_y|^2 \Rightarrow \\ |AB| &= \sqrt{(B_x - A_x)^2 + (B_y - A_y)^2} \end{aligned}$$

Det skal her bemærkes, at udledningen kun indeholder den positive rod hvilket skyldes, at en afstand som $|AB|$ altid er en positiv talværdi. Derudover er de kvadrerede længder på højresiden dvs. $|B_x - A_x|^2$ og $|B_y - A_y|^2$ erstattet med kvadrerede parenteser $(B_x - A_x)^2$ og $(B_y - A_y)^2$. Dette kan gøres fordi fortegnet altid bliver positivt når reelle talværdier kvadreres.

Afstanden mellem punkt A og B kan altså herved beregnes ved:

$$|AB| = \sqrt{(B_x - A_x)^2 + (B_y - A_y)^2}$$

Denne ligning kaldes også for afstandsformlen som kan opsummeres ved følgende sætning:

Afstandsformlen

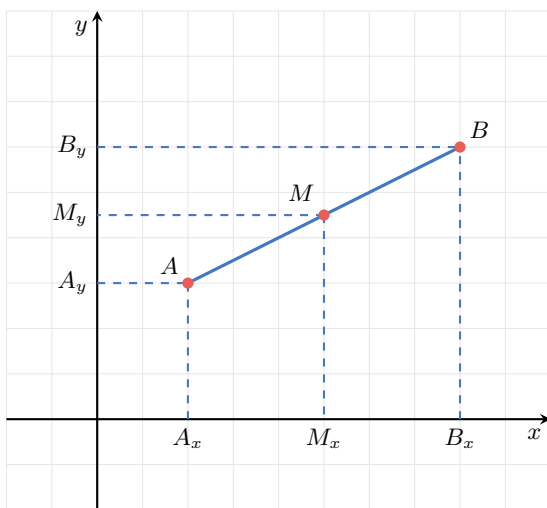
For to punkter $A = (A_x, A_y)$ og $B = (B_x, B_y)$ kan afstanden mellem punkterne beregnes ved:

$$|AB| = \sqrt{(B_x - A_x)^2 + (B_y - A_y)^2}$$

Midtpunktet mellem to punkter

På linjestykket mellem to punkter A og B findes netop ét punkt M , kaldet *midtpunktet*, hvor afstanden er lige stor til punkterne A og B .

Givet de to punkter $A = (A_x, A_y)$ og $B = (B_x, B_y)$ kan midtpunktet $M = (M_x, M_y)$ bestemmes ved at betragte nedenstående figur.



På figuren ses, at hvis man projekterer midtpunktet ned på x -aksen vil dets x -koordinat M_x netop være midtpunktet mellem x -koordinaterne for punkterne A og B . Midtpunktets x -koordinat kan altså beregnes ved:

$$M_x = \frac{A_x + B_x}{2}$$

På tilsvarende vis ses det, at hvis man projekterer midtpunktet hen på y -aksen vil dets y -koordinat M_y være midtpunktet mellem y -koordinaterne for punkterne A og B . Midtpunktets y -koordinat kan derfor beregnes ved:

$$M_y = \frac{A_y + B_y}{2}$$

Formlen for midtpunktets koordinater $M = (M_x, M_y)$ kan nu opskrives ved følgende sætning.

Midtpunktsformlen

Ud fra to punkter $A = (A_x, A_y)$ og $B = (B_x, B_y)$ kan man bestemme et midtpunkt $M = (M_x, M_y)$ på linjestykket mellem punkterne hvor afstanden fra midtpunktet til begge punkterne er lige stor.

Midtpunktets koordinater kan beregnes ved:

$$M_x = \frac{A_x + B_x}{2} \quad \text{og} \quad M_y = \frac{A_y + B_y}{2}$$