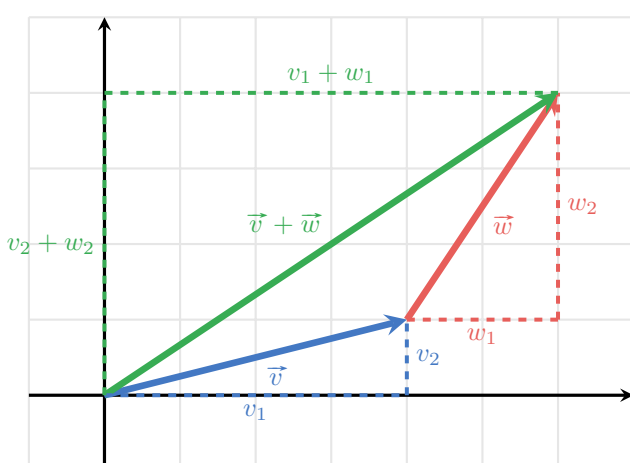


Addition og subtraktion af vektorer

Regnearterne addition og subtraktion for de reelle tal kan forholdsvis simpelt generaliseres til vektorer. Dette kan gøres ved at betragte den geometriske fortolkning for addition som vist tidligere. Her blev addition af to reelle tal fortolket som at lægge de to tilsvarende vektorer i forlængelse af hinanden hvorved resultatet af additionen således udgøres af vektoren mellem startpunktet og slutpunktet af forlængelsen. Dette princip gælder ligeledes for vektorer som vist i figuren nedenfor for de to vektorer $\vec{v}$ og $\vec{w}$.



Som det ligeledes fremgår af figuren kan komponenterne af den vektor der fremkommer ved vektoraddition beregnes ved:

$$\vec{v} + \vec{w} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 + w_1 \\ v_2 + w_2 \end{pmatrix}$$

Det skal her bemærkes at summen af to vektorer ligeledes er en vektor.

Begrebet subtraktion, kan betragtes som at lægge en negativ værdi til. Denne måde at betragte subtraktion på kan også generaliseres til vektorer ved følgende formulering:

$$\vec{v} - \vec{w} = \vec{v} + (-\vec{w})$$

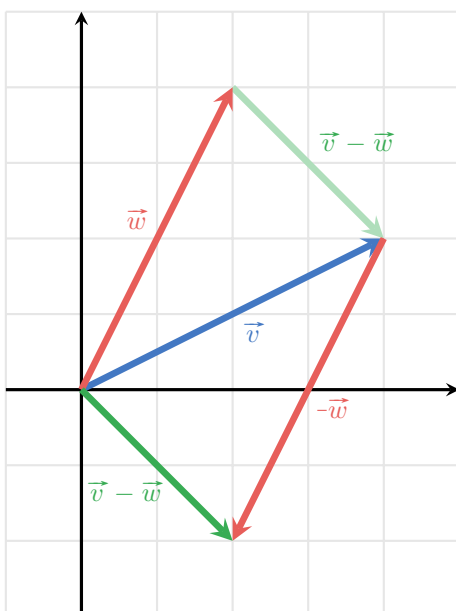
Ud fra denne formulering af vektorsubtraktion, kan det vises at komponenterne af den vektor der forekommer ved subtraktion kan beregnes ved:

$$\vec{v} - \vec{w} = \vec{v} + (-\vec{w}) = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -w_1 \\ -w_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 + (-w_1) \\ v_2 + (-w_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 - w_1 \\ v_2 - w_2 \end{pmatrix}$$

Omskrevet til en simplere form kan subtraktion af to vektorer opsummeres ved:

$$\vec{v} - \vec{w} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 - w_1 \\ v_2 - w_2 \end{pmatrix}$$

På figuren nedenfor vises en geometrisk fortolkning af vektorsubtraktion svarende til det algebraiske udsagn $\vec{v} - \vec{w} = \vec{v} + (-\vec{w})$. Her ses at den resulterende vektor for vektorsubtraktionen $\vec{v} - \vec{w}$ (grøn) er den vektor der fremkommer når vektor $\vec{v}$ (blå) forlænges med den negative vektor af vektor $\vec{w}$ (rød). Det ses ydermere at den resulterende vektor for vektorsubtraktionen $\vec{v} - \vec{w}$ ligeledes kan fortolkes geometrisk som den vektor der med begyndelsepunkt i endepunktet for $\vec{w}$ og endepunkt i endepunktet for $\vec{v}$. Denne fortolkning bygger således på det algebraiske udsagn $\vec{w} + (\vec{v} - \vec{w}) = \vec{v}$ der angiver, at vektor $\vec{w}$ skal forlænges med vektor $\vec{v} - \vec{w}$ for at opnå vektor $\vec{v}$.



Vektor addition og subtraktion kan opsummeres ved følgende sætning.

Vektor addition og subtraktion

Givet to vektorer $\vec{v}$ og $\vec{w}$, der på kartesisk form er angivet ved deres komponenter:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix}$$

Additionen $\vec{v} + \vec{w}$ af de to vektorer beregnes ved:

$$\vec{v} + \vec{w} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 + w_1 \\ v_2 + w_2 \end{pmatrix}$$

Subtraktionen $\vec{v} - \vec{w}$ af de to vektorer beregnes ved:

$$\vec{v} - \vec{w} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 - w_1 \\ v_2 - w_2 \end{pmatrix}$$

Eksempel: Man har givet to vektorer på kartesisk form:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Summen af de to vektorer beregnes ved vektor addition:

$$\vec{v} + \vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 + 3 \\ 2 + (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Differencen af de to vektorer beregnes ved vektor subtraktion:

$$\vec{v} - \vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - 3 \\ 2 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$