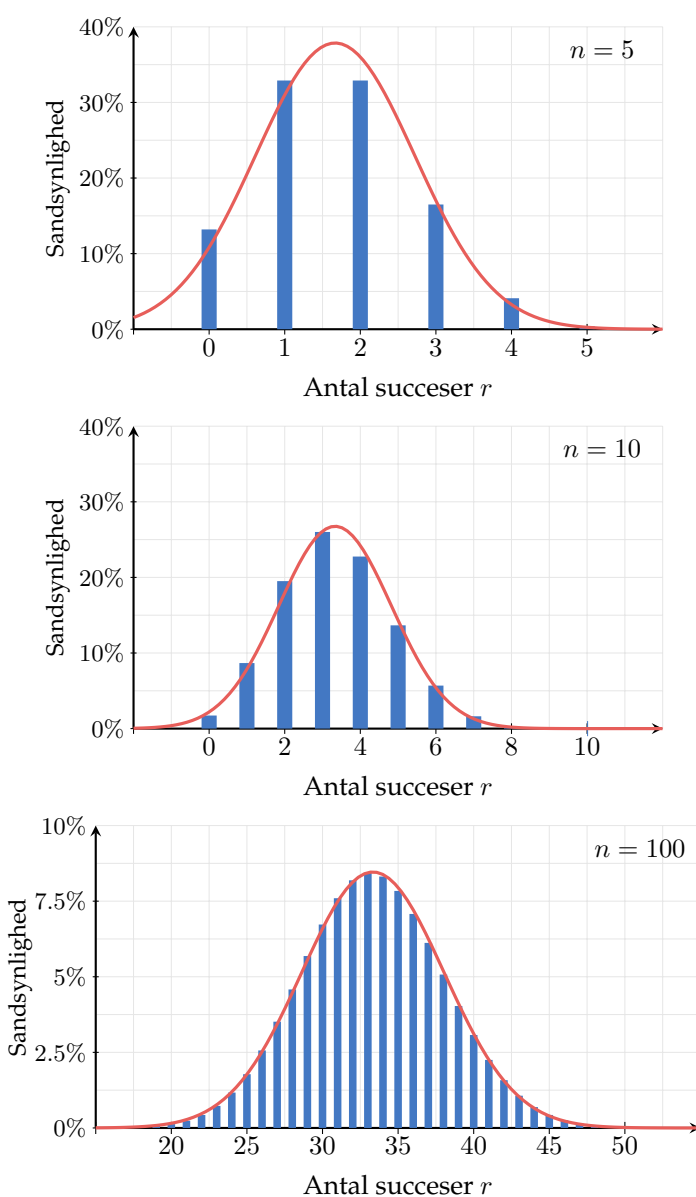


Normalfordelingsapproximationen

Når antallet af forsøg n i binomialfordelingen bliver større og større kan man se at sandsynlighedsfordelingen bliver mere og mere symmetrisk omkring dens middelværdi. Det viser sig faktisk at formen af binomialfordelingen tilnærmer sig en såkaldt *normalfordelingen* som ud fra en middelværdi μ og en spredning σ kan beregnes som en funktion på formen:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right)$$

Fordelen ved at kunne anvende denne fordelingsfunktion er, at formelen for binomialfordelingen indeholder flere beregninger af faktorer som kan være meget omfattende at beregne når tallet er stort. Ved at anvende ovenstående funktion undgås altså disse omfattende faktorberegninger. På figurerne nedenfor vises hvordan binomialfordelingen tilnærmer sig normalfordelingen når antalsparameter n bliver tilstrækkelig stor.



Det viser sig, at normalfordelingen kan anvendes med god approksimation når middelværdien af binomialfordelingen hverken ligger for tæt på 0 eller n . En tommelfingerregel herfor er givet ved følgende to betingelser:

$$n \cdot p \geq 5 \quad \text{og} \quad n \cdot (1 - p) \geq 5$$

Til f.eks. at beregne sandsynligheden for at slå 150 seksere ud af 1000 kast med en 6-sidet terning undersøges først om normalfordelingen kan anvendes. Antalsparameteren er altså $n = 1000$ og sandsynlighedsparameteren er $p = \frac{1}{6}$ hvorved de to betingelser undersøges:

$$n \cdot p = 1000 \cdot \frac{1}{6} = 166.67 \quad \text{og} \quad n \cdot (1 - p) = 1000 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right) = 833.33$$

Det ses heraf at begge værdier er en del større end 5 hvilket viser, at det er helt fint at anvende normalfordelingen til at beregne værdierne i binomialfordelingen. For at kunne anvende normalfordelingen beregnes først middelværdien af binomialfordelingen ved:

$$\mu = n \cdot p = 1000 \cdot \frac{1}{6} \approx 166.67$$

Herefter beregnes spredningen af binomialfordelingen ved:

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)} = \sqrt{1000 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)} \approx 11.79$$

Normalfordelingen kan nu opstilles ved at indsætte middelværdien μ og spredningen σ :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 11.79} \cdot \exp\left(-\frac{(x - 166.67)^2}{2 \cdot 11.79^2}\right)$$

For til sidst at beregne sandsynligheden for at slå 150 seksere indsættes værdien i funktionen:

$$f(150) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 11.79} \cdot \exp\left(-\frac{(150 - 166.67)^2}{2 \cdot 11.79^2}\right) \approx 0.12$$

Heraf ses, at sandsynligheden er ca. 12% for at slå 150 seksere ud af 1000 kast.