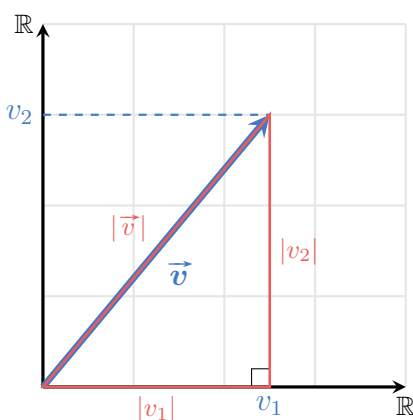


Omregning fra kartesisk til polær form

Betragtes nu den omvendte beregning hvor vektorens længde og retningsvinkel beregnes ud fra vektorens komponenter kan man indledningsvis bestemme vektorens længde. Længden af vektoren bestemmes som hypotenusens længde i den retvinklede trekant hvis kateter består af de absolutte værdier af vektorens to komponenter som illustreret i figuren nedenfor.



Ud fra denne retvinklede trekant kan Pythagoras' sætning anvendes til at bestemme hypotenusen ved:

$$|\vec{v}|^2 = |v_1|^2 + |v_2|^2 \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

Det bemærkes her, at det kun er den positive kvadratrods der tages i betragtning, idet det vides, at $|\vec{v}|$ er et positivt tal. Herudover er der udnyttet at $|v_1|^2 = v_1^2$ og $|v_2|^2 = v_2^2$ til at simplificere formlen. Det er således udledt at for en givet 2-vektor $\vec{v}$ kan længden af vektoren bestemmes ved:

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

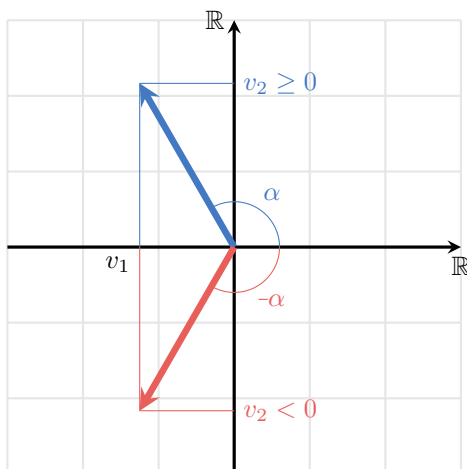
For at bestemme retningsvinklen α ud fra vektorens kartesiske komponenter v_1 og v_2 , tages der udgangspunkt i hvordan 1.komponenten tidligere blev udregnet fra længden og retningsvinklen:

$$v_1 = |\vec{v}| \cdot \cos(\alpha)$$

Omskrevet til en formel for retningsvinklen α giver dette:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{v_1}{|\vec{v}|}\right)$$

Ved denne omskrivning skal dog gøres med særlig omhu idet der findes to forskellige vektorer af længden $|\vec{v}|$ med samme værdi for v_1 . Dette er illustreret i figuren nedenfor.



Som det ses på figuren er de to vektorer der begge har længden $|\vec{v}|$ og samme værdi for v_1 forskellige ift. fortegnet for 2.komponenten v_2 . For en positiv værdi af v_2 vil retningsvinklen have en positiv omdrejningsretning hvorved $\alpha > 0$. For en negativ værdi af v_2 vil retningsvinklen være den samme størrelse men i en negativ omdrejningsretning hvorved $\alpha < 0$.

Ved denne måde at kende forskel på de to tilfælde kan der nu opstilles en formen for beregning af en vektors retningsvinkel α ved:

$$\begin{aligned} \text{Hvis } v_2 \geq 0 : \quad \alpha &= \arccos\left(\frac{v_1}{|\vec{v}|}\right) \\ \text{Hvis } v_2 < 0 : \quad \alpha &= -\arccos\left(\frac{v_1}{|\vec{v}|}\right) \end{aligned}$$

Det ses af formlen at denne både kræver kendskab til vektorens komponenter samt vektorens længde. Kombineret med formlen for beregning af en vektors længde ud fra dens komponenter kan man herved omskrive en vektor fra den kartesiske til den polære repræsentationsform.

Eksempel

For at vise hvordan man omregner en vektor fra kartesisk form til polær form betragtes følgende specifikke vektor givet på kartesisk form:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Ud fra vektorens kartesiske form ses, at vektorens 1.komponent er $v_1 = 2$ og 2.komponenten er $v_2 = -3$. Heraf kan længden af vektoren beregnes ved:

$$|\vec{v}| = \sqrt{2^2 + (-3)^2} \approx 3.61$$

For at beregne vektorens retningsvinkel bemærkes at vektorens 2.komponent er negativ $v_2 < 0$ hvorved vektorens retningsvinkel kan beregnes ved:

$$\alpha = -\arccos\left(\frac{2}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}}\right) \approx -56.31^\circ$$

Den polære form for vektoren er altså $\vec{v} \approx (3.61, -56.31^\circ)$.