

De omvendte trigonometriske funktioner

Ud fra de trigonometriske funktioner er det ligeledes muligt at definere nogle omvendte funktioner, således at det er muligt at beregne vinklen såfremt værdien for enten sinus- eller cosinusfunktionen er kendt. De omvendte trigonometriske funktioner betegnes ved $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ og $\tan^{-1}$ eller alternativt ved $\arcsin$, $\arccos$ og $\arctan$. Anvendelsen af de omvendte trigonometriske funktioner kan opsummeres ved følgende implikationer:

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c} \Rightarrow \alpha = \sin^{-1}\left(\frac{a}{c}\right)$$

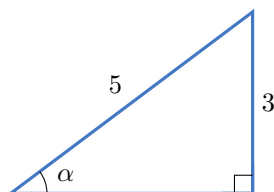
$$\cos(\alpha) = \frac{b}{c} \Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{b}{c}\right)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{a}{b} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)$$

Idet der dog findes flere vinkler for hver funktionsværdi, som det tidligere blev vist for sinusfunktionen er det vigtigt at vide hvilken værdi, som de omvendte trigonometriske funktioner giver. De respektive værdimængder for de omvendte trigonometriske funktioner er således givet ved:

$$\sin^{-1}(x) \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \quad \cos^{-1}(x) \in [0, \pi] \quad \text{og} \quad \tan^{-1}(x) \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

Anvendelsen af de omvendte trigonometriske funktioner illustreret ved følgende eksempel. For en retvinklet trekant ønskes det at bestemme vinklen α hvor det vides at hypotenusen har længden 5 og den modstående katete har længden 3.



Ud fra sinusrelationen for den retvinklede trekant kan sinusværdien udregnes:

$$\sin(\alpha) = \frac{3}{5}$$

Herfra kan den omvendte sinusfunktion $\sin^{-1}$ nu anvendes til at bestemme den tilsvarende vinkel α ved:

$$\alpha = \sin^{-1}(\sin(\alpha)) = \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) \approx 0.64$$

Hvor vinklen α er angivet i radianer. Idet den omvendte sinusfunktion angiver den spidse vinkel stemmer dette overens med den vinkel der skal bestemmes som omregnet til grader giver:

$$\alpha \approx 0.64 [\text{rad}] = 0.64 \cdot \frac{360}{2\pi} \approx 36.87^\circ$$

Vinklen α er således bestemt til 36.87° .