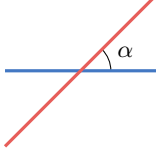


Linjestykker og vinkler

Når to linjestykker skærer eller møder hinanden i et punkt opstår der naturligt et mål for hvor skæve linjestykkerne står på hinanden. Dette mål kaldes en *vinkel*.



I praksis måles vinkler i mange forskellige enheder alt efter hvad der er hensigtsmæssigt for præcisionen af den konkrete anvendelse, men essentielt handler det om at inddеле en hel omgang i et bestemt antal mindre enheder. Af forskellige typer af enheder på vinkler kan nævnes følgende:

- Tørn (1 enheder per omgang)
- Radianer ($2 \cdot \pi$ enheder per omgang)
- Sekstant (6 enheder per omgang)
- Oktant (8 enheder per omgang)
- Grader (360 enheder per omgang)
- Terrænstreg (6 400 enheder per omgang)
- Bue-minut (21 600 enheder per omgang dvs. $\frac{1}{60}$ grad).
- Bue-sekund (1 296 000 enheder per omgang dvs. $\frac{1}{3600}$ grad).

Det skal her nævnes at vinkler i sig selv ikke udspænder en rummelig størrelse hvormed enhederne for vinkler er dimensionsløse og indgår ofte ikke i enhederne for fysiske størrelser som f.eks. SI-enhederne.

Da mange anvendelser bruger forskellige enheder for vinkler er der ofte behov for at kunne omregne enheder for vinkler for at kunne anvende de matematiske teorier i praksis. Omregning mellem to enheder kan gøres ved at gange med forholdet mellem de to enheder. Til eksempel kan vinklen 90 grader omregnes til radianer ved:

$$90 \text{ [grad]} = 90 \text{ [grad]} \frac{2 \cdot \pi \text{ [rad]}}{360 \text{ [grad]}} = \frac{\pi}{2} \text{ [rad]}$$

Omregningen fra en vinkel angivet i grader g til den tilsvarende vinklen angivet i radianer r kan generaliseres til formelen:

$$r = g \cdot \frac{2 \cdot \pi}{360}$$

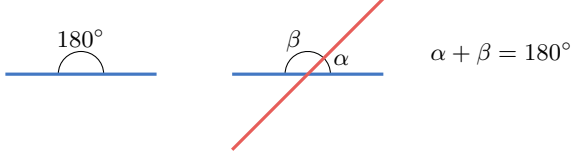
På tilsvarende vis kan omregningen fra en vinkel angivet i radianer r til den tilsvarende vinkel angivet i grader g generaliseres til formelen:

$$g = r \cdot \frac{360}{2 \cdot \pi}$$

En vinkel der udgør $\frac{1}{4}$ omgang kaldes for en *ret vinkel* hvilket ift. grader svarer til 90° eller ift. radianer svarer til $\frac{\pi}{2}$. En vinkel der er mindre end den rette vinkel kaldes for en *spids vinkel* og en vinkel der er større end den rette vinkel kaldes for en *stump vinkel*.

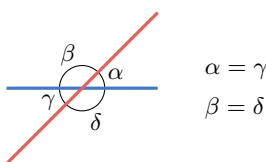
Vinkelsummen over en ret linje

For ethvert punkt på en linje danner linjen i sig selv en vinkel på en halv omgang lig med 180° eller π radianer. Såfremt linjen skæres af en eller flere linjer vil vinkelsummen af de dannede vinkler udgøre 180° på hver side af den oprindelige linje.



Modstående vinkler

Når to rette linjer skærer hinanden danner disse linjer fire vinkler imellem sig således at hvert par af modstående vinkler er lige store.



Dette kan ses som en følge af at vinkelsummen skal være opfyldt for begge linjers tilfælde:

$$\alpha + \beta = 180^\circ \quad \wedge \quad \beta + \gamma = 180^\circ \quad \Rightarrow \quad \alpha = \gamma$$

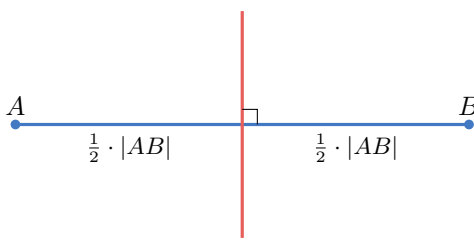
samt

$$\alpha + \beta = 180^\circ \quad \wedge \quad \alpha + \delta = 180^\circ \quad \Rightarrow \quad \beta = \delta$$

Idet α er den modstående vinkel til γ og ligeledes β er den modstående vinkel til δ kan det konstateres at hvert par af modstående vinkler er lige store.

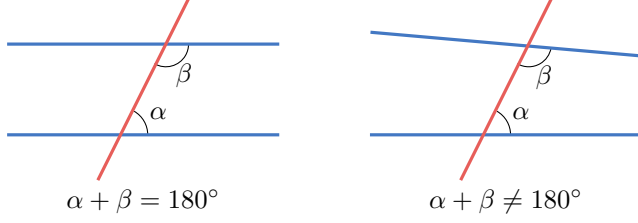
Rette vinkler og normallinjer

Når to rette linjer skærer hinanden danner disse linjer fire vinkler imellem sig. Såfremt disse fire vinkler alle er lige store siges vinklerne at være *rette* svarende til 90° . Linjerne benævnes i dette tilfælde som to på hinanden *vinkelrette* eller *orthogonale* linjer. Linjerne kaldes også hinandens *normallinjer* og den normallinje der går gennem et linjestykkes midtpunkt kaldes for linjestykkets *midt-normal* som illustreret i figuren nedenfor.



Euklid's parallelpostulat

Til manges overraskelse, så er betingelsen for hvornår to linjer parallelle – og så kaldet Euklid's parallelpostulat – en af de geometriske udsagn som matematikere ikke har kunne bevise endnu. Dette bemærkes også i selve navnet *parallelpostulatet* at det ikke har status som en teori der kan bevises. Hvorom alting er, så er parallelpostulatet en grundlæggende betingelse for at mange andre teorier i den klassiske geometri (også kaldet Euklidisk geometri) gælder. Parallelpostulatet kan illustreres ved at betragte følgende figur.



For at afgøre om de to blå linjer er parallelle dannes en tredje linje, den røde linje, der skærer begge de blå linjer hvorved der dannes to invendige vinkler. Såfremt der for summen af de invendige vinkler gælder at $\alpha + \beta = 180^\circ$, er linjerne parallelle.

Som følge af parallelpostulatet vil det ligeledes gælde, at for en givet linje vil alle parallelle linjer udspænde samme vinkel som illustreret nedenfor hvor de blå parallelle linjer alle udspænder vinklen α med den røde linje.

