

Basisvektorer og vektorkomposanter

I de foregående afsnit blev det vist hvordan vektorer kunne anvendes som afstandsvektorer i et koordinatsystem til at beskrive hvordan to punkter ligger i forhold til hinanden. I dette afsnit vises der, at vektorer i sig selv kan fungere som koordinatsystemer, der ydermere kan bruges til at rotere og strække en figur.

Vektorer, der definerer et koordinatsystem, kaldes for *basisvektorer*. Basisvektorerne fungerer som enhedsvektorer i et nyt koordinatsystem og kan således skaleres med et koordinatsæt til at opnå et bestemt punkt. Et simpelt eksempel på dette er, at man kan konstruere det todimensionelle kartesiske koordinatsystem ud fra de to basisvektorer:

b_x = (1; 0) og b_y = (0; 1)

Disse basisvektorer spiller således rollen af hhv. 1. og 2.aksen. For at bestemme en stedvektor A, der som bekendt angiver punktet A = (A_x, A_y) i koordinatsystemet, kan de to basisvektorer skaleres med hhv. punktets 1. og 2.koordinat ved:

A = A_x · b_x + A_y · b_y

De to led A_x · b_x og A_y · b_y kaldes vektorens *komposanter* ift. de to basisvektorer.

Omskrevet til komponentform, er det lettere at se hvordan denne ligning netop sammensætter stedvektoren A ud fra en skalering af basisvektorerne b_x og b_y:

A = A_x · (1; 0) + A_y · (0; 1) = (A_x; 0) + (0; A_y) = (A_x; A_y)

Af ligningens ses ligeledes at vektorens *komposanter* er bestemt til:

A_x · b_x = (A_x; 0) og A_y · b_y = (0; A_y)

Det skal her bemærkes at basisvektorerne for det kartesiske koordinatsystem b_x og b_y er vinkelrette enhedsvektorer, hvilket gør, at det netop er koordinaterne A_x og A_y, der skalerer basisvektorerne til vektorens komposanter.

Man kunne imidlertid tænke sig at man havde brug for, at beskrive stedvektoren A i et sekundært koordinatsystem der er roteret 30° mod uret. I så fald vil de nye basisvektorer være givet ved:

b_alpha = (cos(30°); sin(30°)) og b_beta = (cos(120°); sin(120°))

Som det kan ses er retningsvinklen for b_beta givet til 120° således at de to basisvektorer stadig er vinkelrette da vinklen mellem basisvektorerne er 90°.

Såfremt man nu betragter et konkret punkt A = (3, 2) kan man bestemme stedvektor A's komposanter i dette sekundære koordinatsystem ved at opstille følgende ligning:

A = A_alpha · b_alpha + A_beta · b_beta

Her er både vektor A, b_alpha og b_beta kendte vektorer og ligningen kan således opstilles på komponentform ved:

(3; 2) = A_alpha · (cos(30°); sin(30°)) + A_beta · (cos(120°); sin(120°))

Hver komponent udgør således en ligning hvorved følgende ligningssystem kan opstilles:

{ 3 = A_alpha · cos(30°) + A_beta · cos(120°)
2 = A_alpha · sin(30°) + A_beta · sin(120°)

Ligningssystemet kan herefter løses f.eks. ved brug af erstatningsmetoden hvilket giver den afrundede løsning:

A_alpha ≈ 3.60 og A_beta ≈ 0.23

For til sidst at opstille vektor A's komposanter ift. basisvektorerne b_alpha og b_beta skaleres disse mht. de fundne værdier for hhv. A_alpha og A_beta

A_alpha · b_alpha ≈ 3.60 · (cos(30°); sin(30°)) ≈ (3.12; 1.80)

A_beta · b_beta ≈ 0.23 · (cos(120°); sin(120°)) ≈ (-1.80; 3.12)

Det skal dog her fremhæves at basisvektorerne behøver hverken at være enhedsvektorer eller vinkelrette for at kunne bruges til at bestemme en vektors komposanter. Det eneste krav er at de ikke er parallelle da det i så fald vil sige, at ligningssystemet ikke ville have nogen løsning.

For et eksempel på brugen af basisvektorer kan der fremhæves et eksempel fra computergrafik. Når man i computergrafik skal vise et objekt som f.eks. en trækasse og denne skal kunne vises fra forskellige vinkler kan man i stedet for at tegne en masse billeder af kassen fra forskellige vinkler anvende basisvektorer til at transformere billedet af kassens facade. Dette er illustreret i figuren nedenfor hvor billedet af kassens facade er indsat ved brug af basisvektorer, der således kan rotere og strække billedet så det ligner, at kassens facade ses fra en skrå vinkel. Ved at sætte tre billeder sammen kan man ud fra et enkelt billede af kassens facade skabe effekten af en tredimensionel kasse.

