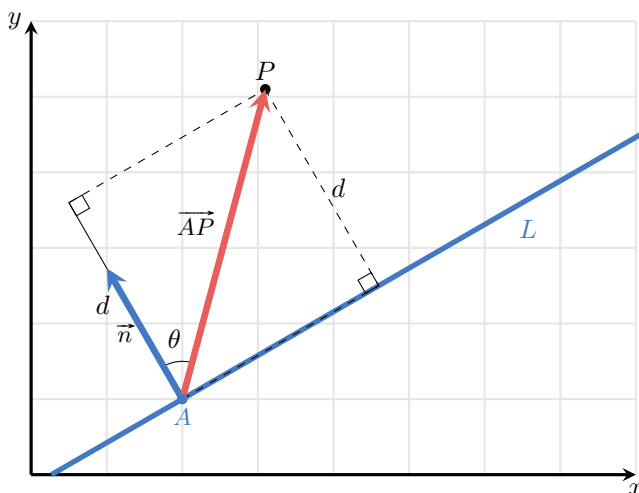


Den korteste afstand mellem et punkt og en ret linje

Givet et vilkårligt punkt P med stedvektoren $\vec{P}$ samt en ret linje L , der går gennem punktet A og har normalvektoren $\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ hvormed linjens ligning på generel normalform er givet ved:

$$a \cdot x + b \cdot y + c = 0 \quad \text{hvor} \quad c = -(a \cdot A_x + b \cdot A_y)$$

For at finde den korteste afstand mellem punktet P og den rette linje L betragtes figuren nedenfor:



Den korteste afstand mellem punktet og linjen er den afstand, der står vinkelret på linjen (her vist som afstanden d). Afstanden kan således direkte bestemmes ved brug af længdeprojektion af afstandsvektoren $\vec{AP}$ ind på linjens normalvektor $\vec{n}$:

$$d = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{AP}|}{|\vec{n}|}$$

Det bemærkes her, at der i ligningen beregnes den positive værdi af projektionen idet længden d kun kan have en positiv talværdi.

Som det blev vist i udledningen af ligningens ligning kan prikproduktet mellem normalvektoren og afstandsvektoren

$$\begin{aligned} \vec{n} \cdot \vec{AP} &= a \cdot (P_x - A_x) + b \cdot (P_y - A_y) \\ &= a \cdot P_x - a \cdot A_x + b \cdot P_y - b \cdot A_y \\ &= a \cdot P_x + b \cdot P_y - (a \cdot A_x + b \cdot A_y) \end{aligned}$$

Det ses nu at den sidste parentes netop udgør c koefficienten i linjens ligning hvorved prikproduktet kan skrives ved:

$$\vec{n} \cdot \vec{AP} = a \cdot P_x + b \cdot P_y + c$$

Formlen for den korteste afstand mellem punktet $P = (P_x, P_y)$ og linjen givet ved ligningen $a \cdot x + b \cdot y + c = 0$ er herved givet ved:

$$d = \frac{|a \cdot P_x + b \cdot P_y + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$