

Skæringspunkter mellem en cirkel og en linje

Skæringspunkterne mellem en cirkel og en ret linje kan bestemmes ved at opstille og løse et ligningssystem der indeholder ligningerne for hhv. cirklen og linjen. Cirkelns ligning på generel normalform er givet:

$$(x - C_x)^2 + (y - C_y)^2 = r^2$$

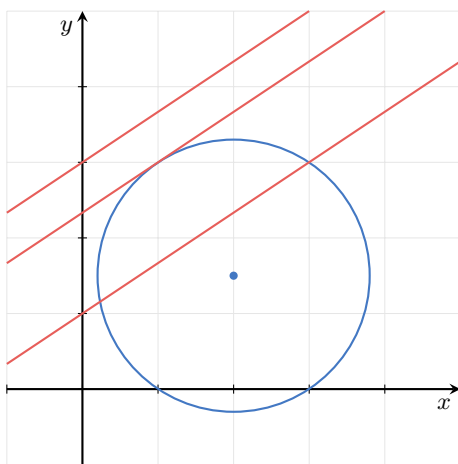
Såfremt linjen er givet ved en ligning på den generelle form $a \cdot x + b \cdot y + c = 0$, opstilles et ligningssystem af to ligninger med de to ubekendte x og y :

$$\begin{cases} (x - C_x)^2 + (y - C_y)^2 = r^2 \\ a \cdot x + b \cdot y + c = 0 \end{cases}$$

Såfremt linjen er givet ved en parameterfremstilling opdeles denne i to ligninger – en for hver komponent – hvorved der kan opstilles et ligningssystem af tre ligninger med de tre ubekendte x , y og s :

$$\begin{cases} (x - C_x)^2 + (y - C_y)^2 = r^2 \\ x = A_x + s \cdot r_x \\ y = A_y + s \cdot r_y \end{cases}$$

Det ses af begge ligningssystemer, at cirkelns ligning bevirker, at variableerne x og y forekommer i 2. potens. Dette vil sige jf. teorien for løsninger til 2.grads-ligninger, at ligningssystemet kan have enten ingen, én eller to reelle løsninger. Grafisk svarer dette til hhv. at linjen ikke skærer cirklen, linjen tangerer cirklen eller linjen skærer cirklen, som vist i figuren nedenfor.



Til eksempel undersøges evt. skæringspunkter mellem cirklen med centrum $C = (-1, 1)$ og radius $r = 3$ og ligningen givet ved $2 \cdot x - 2 \cdot y - 2 = 0$.

Ved brug af cirkelns ligning opstilles ligningssystemet:

$$\begin{cases} (x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 3^2 \\ 2 \cdot x - 2 \cdot y - 2 = 0 \end{cases}$$

Ligningssystemet kan nu løses ved brug af erstatningsmetoden eller ved brug af CAS værktøj hvorved løsningen

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Det ses heraf at cirklen og linjen har to skæringspunkter i hhv. $(x, y) = (2, 1)$ eller $(x, y) = (-1, -2)$.