

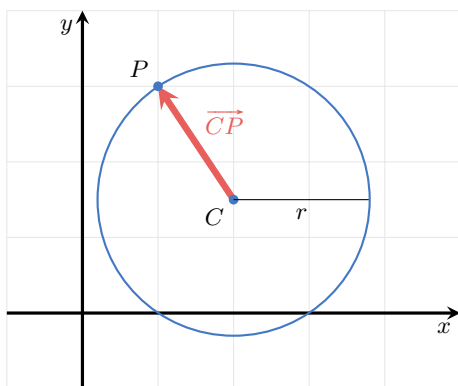
Cirkelns ligning

En cirkel er en geometrisk figur, der er entydigt bestemt ved et punkt, som udgør *centrum* af cirklen samt en afstand, som udgør cirkelns *radius*. Cirkelns afgrænsning, kaldet *cirkelperiferien*, kan herefter frembringes som alle de punkter, der har en afstand til cirkelns centrum, som er lig med cirkelns radius. Denne fremgangsmåde kan således bruges til at fremsætte en ligning hvor alle punkterne der løser ligningen tilsammen udgør en cirkel.

For en cirkel med centrum i punktet $C = (C_x, C_y)$ og radius r gælder der for et vilkårligt punkt $P = (P_x, P_y)$ på cirkelperiferien at afstanden til cirkelns centrum er lig med cirkelns radius. Fremsættes en afstandsvektor $\overrightarrow{CP}$ vil denne således have en længde givet ved cirkelns radius:

$$|\overrightarrow{CP}| = r$$

Den geometriske opstilling er afbilledet i figuren nedenfor.



Længden af afstandsvektoren $|\overrightarrow{CP}|$ kan bestemmes ved:

$$|\overrightarrow{CP}| = \sqrt{(P_x - C_x)^2 + (P_y - C_y)^2}$$

Herved kan ligningen $|\overrightarrow{CP}| = r$ således omskrives til:

$$\sqrt{(P_x - C_x)^2 + (P_y - C_y)^2} = r$$

Ud fra denne ligning for punktet P kan der nu opstilles en ligning for alle de punkter i koordinatsystemet (x, y) , der opfylder ligningen og således ligger på cirkelperiferien:

$$\sqrt{(x - C_x)^2 + (y - C_y)^2} = r$$

I praksis er ligningen nemmere at arbejde med hvis den omskrives til formen:

$$(x - C_x)^2 + (y - C_y)^2 = r^2$$

Denne ligning kaldes for *cirkelns ligning* og angiver som nævnt cirkelperiferien.

Betragtes cirklen som en figur bestående af det areal, som er afgrænset af cirkelperiferien, kan cirkelns ligning ligeledes anvendes til at opstille en ulighed for hvornår et punkt tilhører cirkelns areal:

$$(x - C_x)^2 + (y - C_y)^2 \leq r^2$$

Ræsonnementet for denne ulighed bygger på at højresiden, der repræsenterer afstanden mellem et punkt og cirkelns centrum, skal være mindre end radius for at punktet ligger inden for cirkelperiferien.