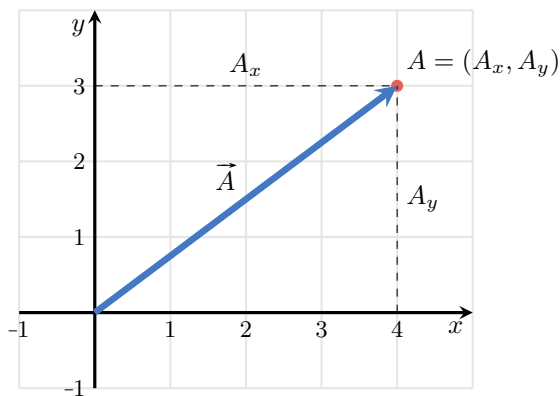


Stedvektorer og afstandsvektorer

Den simpleste anvendelse af vektorer i et koordinatsystem er en såkaldt *stedvektor* hvor den forenelige talstruktur mellem et punkt og en vektor udnyttes direkte til at angive et punkt ved brug af en vektor. Givet punktet $A = (A_x, A_y)$ angives den tilhørende stedvektor $\vec{A}$ ved:

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \end{pmatrix}$$

Stedvektoren kan altså fortolkes som den vektor der har startpunkt i koordinatsystemets origo og slutpunkt i punktet A . Dette er illustreret i figuren nedenfor hvor stedvektoren for et givet punkt er vist.



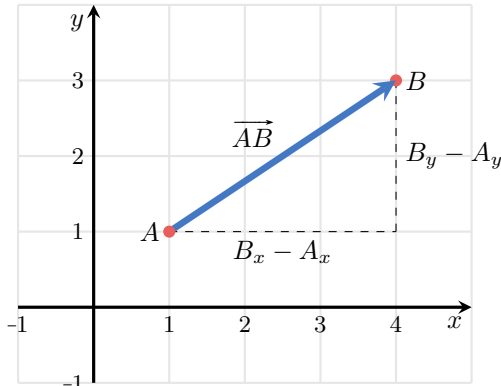
Vektorer kan dog ydermere anvendes til mere komplicerede anvendelser i et koordinatsystem hvor vektorernes regnearter udnyttes. Til eksempel gør regnearten vektoraddition at vektorer ligeledes kan anvendes som pile i et koordinatsystem, der illustrerer hvordan et punkt skal flyttes for at opnå et andet punkt. Dette kaldes for en *afstandsvektor*. En afstandsvektor med startpunkt $A = (A_x, A_y)$ og endepunkt $B = (B_x, B_y)$ betegnes ved $\overrightarrow{AB}$ og kan beregnes ved:

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} B_x - A_x \\ B_y - A_y \end{pmatrix}$$

Vektorens komponenter angiver således hvilken ændring i et punkts koordinater der skal til for at opnå et andet punkt.

Det bemærkes ydermere at formlen for afstandsvektoren udgør en subtraktion af stedvektorerne $\vec{A}$ fra $\vec{B}$ hvorved formlen ligeledes kan opskrives på vektorform:

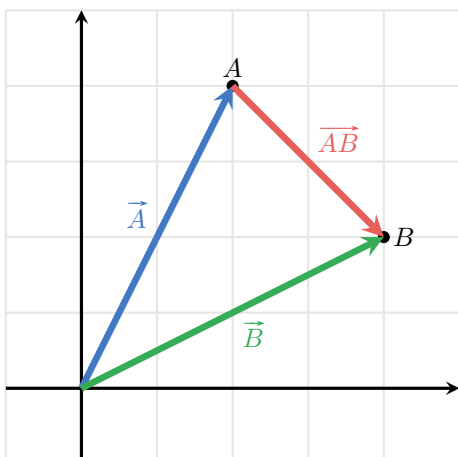
$$\overrightarrow{AB} = \vec{B} - \vec{A}$$



Bemærk her at en afstandsvektor ikke indeholder information om hverken punkt A eller punkt B men kun om punkternes relative position. Kender man derimod stedvektoren $\vec{A}$ sammen med afstandsvektoren $\overrightarrow{AB}$ kan man bestemme stedvektoren $\vec{B}$ ved at anvende princippet om addition af vektorer:

$$\vec{B} = \vec{A} + \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_x - A_x \\ B_y - A_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \end{pmatrix}$$

Den geometriske fortolkning af denne ligning ses på figuren nedenfor hvor det ses, at man kan opnå stedvektoren $\vec{B}$ ved at sætte afstandsvektor $\overrightarrow{AB}$ i forlængelse af stedvektor $\vec{A}$.



Ud fra definitionen af afstandsvektoren kan der opstilles et par simple regnearter. F.eks. ses det at længden af afstandsvektoren $\overrightarrow{AB}$ er lig afstanden mellem punkterne A og B idet:

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(B_x - A_x)^2 + (B_y - A_y)^2} = |AB|$$

Herudover ses det at $\overrightarrow{AB}$ og $\overrightarrow{BA}$ udgør hinandens negative vektor idet summen af de to vektorer udgør nulvektoren:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} &= \begin{pmatrix} B_x - A_x \\ B_y - A_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A_x - B_x \\ A_y - B_y \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} B_x - A_x + A_x - B_x \\ B_y - A_y + A_y - B_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{0} \end{aligned}$$

Det gælder altså at:

$$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$$

Den sidste regneregul er den såkaldte *transitive* egenskab, der angiver at summen af to afstandsvektorer hvor slutpunktet for den ene vektor er lig startpunktet for den anden vektor vil være lig afstandsvektoren mellem startpunktet for den ene vektor til slutpunktet for den anden vektor:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

hvilket ses ved at skrive ligningen på komponentform:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} B_x - A_x \\ B_y - A_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_x - B_x \\ C_y - B_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_x - A_x \\ C_y - A_y \end{pmatrix} = \overrightarrow{AC}$$

Den geometriske fortolkning af denne ligning ses på figuren nedenfor hvor tre vilkårlige punkter A , B og C er forbundne med afstandsvektorerne $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ og $\overrightarrow{AC}$. Det ses således, at man ved at sætte afstandsvektor $\overrightarrow{BC}$ i forlængelse af afstandsvektor $\overrightarrow{AB}$ netop opnår afstandsvektoren $\overrightarrow{AC}$.

