Den 2. afledte funktion og grafens krumning

Når man differentierer en funktion f opnår man dens afledte funktion f', der angiver hældningen for f. Hvis den afledte funktion også varierer med x betyder det, at grafen for stamfunktionen f har en krumning dvs. rundhed. Denne krumning er bestemt ved den 2. afledte funktion f'', som kan bestemmes ved at differentiere den afledte funktion f':

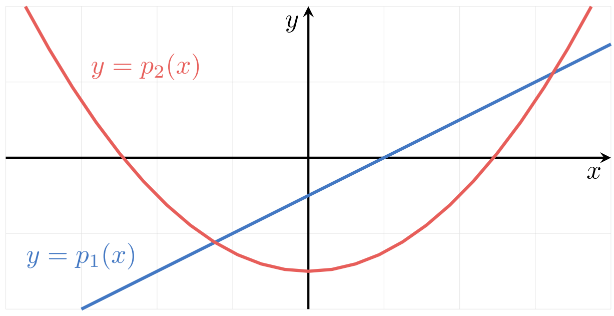
$$f''(x) = \Big(f'(x)\Big)'$$

I figurene nedenfor er der vist to grafer. De blå grafer tilhører et 1.gradspolynomium p_1 samt dens afledte funktioner p_1' og p_1''. De røde grafer tilhører et 2.gradspolynomium p_2 samt dens afledte funktioner p_2' og p_2''.

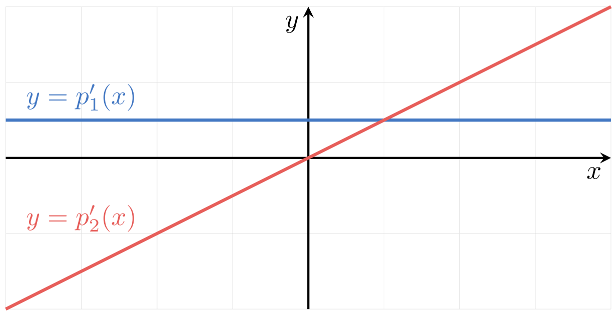
Det kan ses af figurene, ift. de blå grafer, at grafen for 1.gradspolynomiet $y = p_1(x)$ er en ret linje med en konstant hældning og ingen krumning. Dette kan ses på de afledte funktioner idet p_1' er en konstant funktion og p_1'' er lig med 0.

Ift. de røde grafer kan det ses, at grafen for 2.gradspolynomiet $y = p_2(x)$ er en parabel med både hældning og krumning. Dette kan ses på de afledte funktioner idet p_2' er ret linje og p_1'' er en konstant funktion.

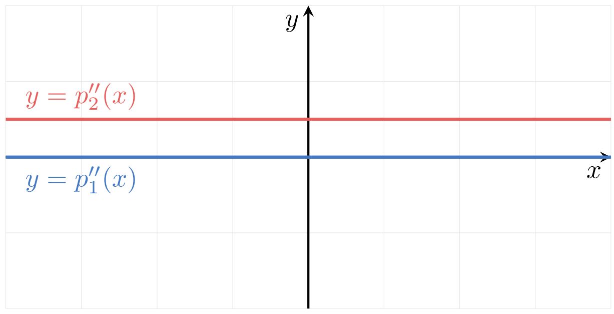
Stamfunktion



1. afledte funktion



2. afledte funktion



For at vise hvordan man beregner krumningen på grafen af en funktion $y = f(x)$ betragtes et eksempel med en potensfunktion af 3.grad, der er bestemt ved forskriften:

$$f(x) = x^3$$

Først beregnes forskriften for den 1. afledede funktion f' ved at differentiere funktionsforskriften for f:

$$f'(x) = \Big(f(x)\Big)' = \Big(x^3\Big)' = 3 \cdot x^2$$

Herefter findes den 2. afledede funktion f'' ved at differentiere forskriften for den 1. afledede funktion f':

$$f''(x) = \Big(f'(x)\Big)' = \Big(3 \cdot x^2\Big)' = 3 \cdot 2 \cdot x = 6 \cdot x$$

Den 2. afledede funktion og dermed grafens krumning er bestemt ved:

$$f''(x) = 6 \cdot x$$