

Ligningen for tangenten til en funktionskurve

Hvis man har en funktionskurve $y = f(x)$ hvor man vil beregne en tangentlinje ved en givet værdi x_0 , kan man anvende den afledte funktion f' til at bestemme tangentlinjens hældningskoefficient som $f'(x_0)$.

For at opnå ligningen for tangentlinjen ved x_0 bestemmes først en ret linje gennem punktet $(0, 0)$ med en hældningskoefficient på $f'(x_0)$:

$$y = f'(x_0) \cdot x$$

Denne linje kan nu forskydes langs 1.- og 2.aksen med hhv. Δx og Δy :

$$y = f'(x_0) \cdot (x - \Delta x) + \Delta y$$

Sættes $\Delta x = x_0$ og $\Delta y = f(x_0)$ vil linjen gå gennem funktionens graf i punktet $(x_0, f(x_0))$ og derved være en tangentlinje til funktionen i x_0 .

Tangentens ligning

Ligningen for tangenten til en funktionskurve $y = f(x)$ ved x_0 kan bestemmes ved:

$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

Sætningens anvendelse vises med eksemplet hvor tangentlinjen til funktionskurven $y = f(x)$ hvor $f(x) = x^2$ skal bestemmes ved $x_0 = 1$.

Sætningen for tangentens ligning anvendes til at opstille ligningen:

$$y = f'(1) \cdot (x - 1) + f(1)$$

Funktionsværdien $f(1)$ beregnes ved $f(1) = 1^2 = 1$ og den afledte funktion beregnes ved:

$$f'(x) = (f(x))' = (x^2)' = 2 \cdot x \quad \Rightarrow \quad f'(1) = 2 \cdot 1 = 2$$

De beregnede værdier indsættes i tangentens ligning hvorved der opnås:

$$y = 2 \cdot (x - 1) + 1 = 2 \cdot x - 1$$

Ligningen for tangenten ved $x_0 = 1$ er således $y = 2 \cdot x - 1$.