Differentiering af sammensat funktion

Sammensatte udtryk (Kædereglen):

$$\boxed{\Big(g\big(h(x)\big)\Big)' = g'\big(h(x)\big) \cdot h'(x)}$$

Eksempel

Den afledte funktion skal bestemmes for funktionen:

$$f(x) = \sin\left(x^2\right)$$

Det ses, at funktionen f kan formuleres som en sammensat funktion $f(x) = g\big(h(x)\big)$ hvor forskrifterne for f og g er givet ved:

$$h(x) = x^2 \quad \text{og} \quad g(x) = \sin(x)$$

For at differentiere en sammensat funktion anvendes kædereglen hvor de afledte funktioner h' og g' indgår. Forskriften for de afledte funktioner h' og g' bestemmes derfor indledningsvis ved:

$$h'(x) = \Big(h(x)\Big)' = \Big(x^2\Big)' = 2 \cdot x$$

$$g'(x) = \Big(g(x)\Big)' = \Big(\sin(x)\Big)' = \cos(x)$$

Herefter kan kædereglen benyttes til at finde forskriften for den afledte funktion f' ved:

$$f'(x) = \Big(g\big(h(x)\big)\Big)' = g'\big(h(x)\big) \cdot h'(x) = \cos\left(x^2\right) \cdot (2 \cdot x) = 2 \cdot x \cdot \cos\left(x^2\right)$$

Den afledte funktion er herved bestemt til:

$$f'(x) = 2 \cdot x \cdot \cos\left(x^2\right)$$