

Annuitetslån med gebyrer

Hvis man vil regne på virkelige lån, kræver det mere end formlen for annuitetslån. Som hovedregel lægges der nemlig gebyrer på et lån. Det kan her dreje sig om både oprettelsesgebyrer som betales ved lånets oprettelse, og administrationsgebyrer der betales løbende, enten årligt eller sammen med en månedlig ydelse.

Sammen med et lån angives derfor også den såkaldte *årlige omkostning i procent* ÅOP, som viser hvad den årlige procentsats der er på lånet når man medregner både ydelser og gebyrer. For at beregne ÅOP skal man først beregne hvor mange penge man i alt betaler for lånet.

En bank tilbyder et 5-årigt lån på 20 000 kr. til en årlig rente på 12%. For at optage lånet skal man betale 3 000 kr. i gebyr for oprettelse af lånet og 250 kr. om året i administrationsgebyr. Oprettelsesgebyret på 3 000 kr. lægges til lånebeløbet, så man i realiteten skal låne 23 000 kr. Ydelsen på dette annuitetslån kan beregnes vha. formlen for annuitetslån:

$$y_* = \frac{0.12}{1 - (1 + 0.12)^{-5}} \cdot 23\,000 = 6\,380.42$$

I denne beregning er ydelsen angivet ved y_* , da der faktisk er tale om en mellemregning. For ud over denne ydelse y_* skal der også betales 250 kr. i administrationsgebyr om året sammen med y_* , så den samlede ydelse er:

$$y = y_* + 250 = 6380.42 + 250 = 6630.42$$

Dette er den samlede ydelse som man skal betale for lånet når gebyrer er medregnet.

Ud over den samlede ydelse plejer pengeinstitutter også at opgive de årlige omkostninger i procent ÅOP som er en samlet rente hvor gebyrene er medregnet. For at beregne de årlige omkostninger i procent ÅOP anvendes den samlede ydelse, som blev beregnet ovenfor, til at genberegne den samlede rente, der ud over selve renten også medregner alle gebyrene. Dette gøres ved at anvende formlen for annuitetslån hvor hovedstolen sættes til 20 000 kr., ydelsen til 6630.42 kr. om året og løbetiden i år. *Bemærk her at ydelsen og løbetiden skal være angivet årligt.* Værdierne indsættes nu i formlen for annuitetslån så man opnår en ligning hvor den eneste ubekendte er renten r :

$$6630.42 = \frac{r}{1 - (1 + r)^{-5}} \cdot 20\,000$$

Løses ligningen for renten r får man $r = 0.197$, dvs. det oprindelige lån har en ÅOP på 19.7%.

Det ovenstående eksempel kan formaliseres ved nedenstående sætning.

Annuitetslån med gebyrer

For et annuitetslån af lånebeløbet x_0 over en løbetid på n antal terminer, med en rente på r og en ydelse på y , hvor der tillægges et oprettelsesgebyr på g_0 og et administrationsgebyr hver termin på g_t , kan den samlede ydelse hver termin y beregnes ved:

$$y = \frac{r}{1 - (1 + r)^{-n}} \cdot (x_0 + g_0) + g_t$$

For at beregne de tilsvarende årlige omkostninger i procent løses følgende ligning for værdien ÅOP:

$$y_{\text{år}} = \frac{\text{ÅOP}}{1 - (1 + \text{ÅOP})^{-n_{\text{år}}}} \cdot x_0$$

Her er $y_{\text{år}}$ og $n_{\text{år}}$ hhv. den årlige ydelse og løbetiden i antal år.

Eksempel på omregning fra månedlig termin til årlig omkostning

En bank tilbyder et forbrugslån på 15 000 kr. som skal tilbagebetales over 4 år svarende til 48 måneder. Renten er 1.6% om måneden, og der skal betales et oprettelsesgebyr på 800 kr. samt 45 kr. om måneden i administrationsgebyr. For at beregne ydelsen lægger man de 800 kr. til lånebeløbet og anvender formlen for annuitetslån:

$$y = \frac{0.016}{1 - (1 + 0.016)^{-48}} \cdot (15\,000 + 800) + 45 = 529.17$$

Den samlede ydelse inklusiv administrationsgebyr er altså beregnet til 529.17 kr. Bemærk at antallet af terminer er 48 idet ydelsen er månedlig. For nu at beregne ÅOP har man brug for den årlige ydelse som er $12 \cdot 529.17 = 6350.08$.

Ved formlen for et annuitetslån (uden gebyrer) på 15 000 kr. over 4 år med en ydelse på 6350.08 kr. om året opfylder ligningen:

$$6350.08 = \frac{\text{ÅOP}}{1 - (1 + \text{ÅOP})^{-4}} \cdot 15\,000$$

Løses ligning for ÅOP finder man løsningen $\text{ÅOP} = 0.25$, dvs. ÅOP for dette lån er på 25.0%.