

Annuitetslån uden gebyrer

Nu vendes blikket mod tilbagebetaling af gæld. Mange lån afvikles på den måde, at låntageren betaler et fast beløb (kaldet ydelsen) hver termin (f.eks. hver måned, kvartal eller år) til långiveren. Ydelsen dækker de renter, der er løbet på siden sidste indbetaling, mens den resterende del, bruges til at gøre gældsbeløbet mindre. Det oprindelige gældsbeløb (dvs. de penge, man har lånt) kaldes hovedstolen. Hvordan tilbagebetalingen af et sådant annuitetslån sker, belyses i følgende eksempel.

Der optages et lån på 1 000 kr. til en rente på 5% hvor ydelsen er fastsat til 231 kr. pr termin med en løbetid over 5 terminer. Ydelsen og rentetilskrivningen foretages på samme terminsdag og tilbagebetalingen fortsætter indtil lånet er afviklet. Beregningen af lånets afvikling ses i tabellen nedenfor.

| Termin n | Gammel gæld | 5%-rente r | Ydelse y | Ny gæld x_n |
|---------------|-------------|-----------------|---------------|------------------|
| 1 | 1 000 | 50 | 231 | 819 |
| 2 | 819 | 41 | 231 | 629 |
| 3 | 629 | 31 | 231 | 429 |
| 3 | 429 | 21 | 231 | 220 |
| 5 | 220 | 11 | 231 | 0 |

I tabellen beregnes den nye gæld ved, at den gamle gæld tillægges en rente på 5% hvorefter der fratrækkes ydelsen på 231 kr.

$$x_1 = 1\,000 + 5\% \cdot 1\,000 - 231 = 819$$

$$x_2 = 819 + 5\% \cdot 819 - 231 \approx 629$$

$$x_3 = 629 + 5\% \cdot 629 - 231 \approx 429$$

$$x_4 = 429 + 5\% \cdot 429 - 231 \approx 220$$

$$x_5 = 220 + 5\% \cdot 220 - 231 \approx 0$$

Annuitetslån:

For et annuitetslån af lånebeløbet x_0 over en løbetid på n antal terminer, hvor der for hver termin tillægges en rente på r sideløbende med, at der betales en ydelse på y , kan ydelsen y beregnes ved:

$$y = \frac{r}{1 - (1 + r)^{-n}} \cdot x_0$$

Nedenfor er givet nogle anvendelser af hvordan formlen for annuitetslån kan anvendes ved forskellige problemstillinger.

Eksempel på ukendt ydelse

Hvis man låner 50 000 kr. og ønsker at betale dem tilbage over 5 år, hvor stor er ydelsen så, hvis renten er 12%?

Her kender man $x_0 = 50\,000$, $r = 0.12$, og $n = 5$. Indsat i formlen for annuitetsgæld giver det

$$y = \frac{0.12}{1 - (1 + 0.12)^{-5}} \cdot 50\,000 = 13\,870.49$$

Det er altså det beløb, der skal betales tilbage om året.

Eksempel på ukendt lånebeløb

Hvis man ved at lægge et budget har beregnet at man har råd til at optage et lån til en ydelse på 500 kr. om måneden i 3 år og den årlige rente som banken kan tilbyde er 8%. Hvor mange penge har man i så fald råd til at låne?

Her ses, at det beløb, man betaler om året er $12 \cdot 500 = 6\,000$ kr. Altså er $y = 6\,000$, $r = 0.08$ og $n = 3$. Lånets hovedstol som er den samlede lånesum x_0 beregnes ved at opstille formlen for annuitetslån hvor de kendte værdier indsættes:

$$6\,000 = \frac{0.08}{1 - (1 + 0.08)^{-3}} \cdot x_0$$

Herefter løses ligningen for x_0 hvilket giver:

$$x_0 = 6\,000 \cdot \frac{1 - (1 + 0.08)^{-3}}{0.08} \approx 15\,462.58$$

Man har altså råd til at låne 15 462.58 kr. Til gengæld skal man huske på, at det, man rent faktisk kommer til at betale for lånet, er $3 \cdot 6\,000 = 18\,000$ kr.