

Løsningsmetode og eksempler

Metoden til at løse en 2.gradsligning ved brug af den generelle løsning kan opsummeres ved følgende trin:

- Omskriv 2.gradsligningen så den står på normalform.
- Identificer værdien af koefficienterne a , b , og c ift. den generelle normalform.
- Beregn diskriminanten d og bestem antallet af reelle løsninger.
- Beregn evt. løsninger af x ved den generelle løsning.
- Test evt. løsningerne ved indsættelse i den oprindelige ligning.

I det efterfølgende vises tre eksempler, der hver viser et af tilfældene hvor diskriminanten er hhv. positiv, nul, eller negativ.

Eksempel 1

Det første eksempel viser løsningen af følgende 2.gradsligning:

$$x^2 = 2 - x$$

2.gradsligningen omskrives til normalformen hvorved der opnås:

$$x^2 + x + (-2) = 0$$

Heraf ses, at ift. 2.gradsligningens generelle normalform er koefficienterne $a = 1$, $b = 1$, og $c = -2$. Diskriminanten kan nu udregnes ved:

$$d = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9$$

Da diskriminanten er positiv er der to løsninger til ligningen som er givet ved:

$$x = \frac{-1 + \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = 1 \quad \vee \quad x = \frac{-1 - \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = -2$$

Løsningen $x = 1$ testes nu ved indsættelse i den oprindelige ligning:

$$x^2 = 2 - x \wedge x = 1 \quad \Leftrightarrow \quad (1)^2 = 2 - (1) \quad \Leftrightarrow \quad 1 = 1$$

Ergo idet ligningen $1 = 1$ er sand er det også sandt at $x = 1$ er en løsning til den oprindelige ligning.

Løsningen $x = -2$ testes nu ved indsættelse i den oprindelige ligning:

$$x^2 = 2 - x \wedge x = -2 \quad \Leftrightarrow \quad (-2)^2 = 2 - (-2) \quad \Leftrightarrow \quad 4 = 4$$

Ergo idet ligningen $4 = 4$ er sand er det også sandt at $x = -2$ er en løsning til den oprindelige ligning.

Eksempel 2

Det andet eksempel viser løsningen af 2.gradsligningen:

$$x^2 + 2 \cdot x = -1$$

Ligningen omskrives til normalformen for en 2.gradsligning hvorved der opnås:

$$x^2 + 2 \cdot x + 1 = 0$$

Heraf ses, at ift. 2.gradsligningens generelle normalform er koefficienterne $a = 1$, $b = 2$, og $c = 1$. Koefficienterne bruges herefter til at udregne diskriminanten:

$$d = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 4 - 4 = 0$$

Da diskriminanten er nul er der én løsning til ligningen som er givet ved:

$$x = \frac{-2}{2 \cdot 1} = -1$$

Løsningen $x = -1$ testes nu ved indsættelse i den oprindelige ligning:

$$x^2 + 2 \cdot x = -1 \wedge x = -1 \quad \Leftrightarrow \quad (-1)^2 + 2 \cdot (-1) = -1 \quad \Leftrightarrow \quad -1 = -1$$

Ergo idet ligningen $-1 = -1$ er sand er det også sandt at $x = -1$ er en løsning til den oprindelige ligning.

Eksempel 3

Det tredje eksempel vises løsningen af følgende 2.gradsligning:

$$x^2 + x + 1 = 0$$

Det ses at ligningen allerede står på normalform hvorved koefficienterne ift. 2.gradsligningens generelle normalform er $a = 1$, $b = 1$, og $c = 1$. Ligningen løses nu ved først at udregne diskriminanten:

$$d = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 1 - 4 = -3$$

Da diskriminanten er negativ findes der ingen reelle talværdier, der løser ligningen.