

## Omskrivning af algebraiske ligninger

En ligning er et matematisk udsagn baseret på lighedsrelationen ( $=$ ) der betyder at udtrykket på venstre side af lighedstegnet repræsenterer det samme element (f.eks. talværdi) som udtrykket på højre side af lighedstegnet.

Ud fra denne betragtning kan der således opstilles nogle regler for hvilke omskrivninger der er gyldige for ligninger.

- 1) *Forlængelse*: Såfremt to vilkårlige udtryk  $a$  og  $b$  er lig med hinanden kan begge udtryk forlænges med udtrykket  $c$  uden at lighedsrelationen ophører:

$$a = b \Leftrightarrow a + c = b + c$$

- 2) *Skalering*: Såfremt to vilkårlige udtryk  $a$  og  $b$  er lig med hinanden kan begge udtryk skaleres med udtrykket  $c$  hvor  $c \neq 0$  uden at lighedsrelationen ophører:

$$a = b \Leftrightarrow c \cdot a = c \cdot b$$

- 3) *Nul-reglen*: Såfremt produktet af to vilkårlige udtryk  $a$  og  $b$  er lig med nul er det ensbetydende med at et eller begge udtryk er lig nul:

$$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$$

- 4) *Potensskalering*: Såfremt to vilkårlige udtryk  $a$  og  $b$  er lig med hinanden kan begge udtryk potensskaleres med tallet  $n$  uden at lighedsrelationen ophører:

$$a = b \Rightarrow a^n = b^n$$

Bemærk her at implikationen er envejs.

- 5) *Rødder af et kvadrat*: Såfremt kvadratet af et vilkårligt udtryk  $a$  er lig det positive udtryk  $b$  hvor  $b \geq 0$  kan fortegnet af udtrykket  $a$  ikke bestemmes direkte heraf:

$$a^2 = b \Leftrightarrow a = \sqrt{b} \vee a = -\sqrt{b}$$

### Test ved indsættelse

En løsning kan testes ved at indsætte de fundne værdier i den oprindelige ligning - hvis ligningen reducerer til et udsagn der er sandt er løsningen korrekt.

Betragt f.eks. følgende ligning hvor det skal undersøges om  $x = 2$  er en løsning til ligningen:

$$3 \cdot x = 8 - x$$

Ved at anvende en konjunktion af de to ligninger kan det udledes om løsningen er korrekt:

$$3 \cdot x = 8 - x \quad \wedge \quad x = 2 \quad \Leftrightarrow \quad 3 \cdot 2 = 8 - 2 \quad \Leftrightarrow \quad 6 = 6$$

Ergo idet ligningen  $6 = 6$  er sand kan det konkluderes at  $x = 2$  er en korrekt løsning til den oprindelige ligning.

Det undersøges herefter om  $x = 3$  også er løsning til ligningen. Dette gøres ved at erstatte den ubekendte talværdi  $x$  med talværdien 3 i ligningen:

$$3 \cdot x = 8 - x \quad \wedge \quad x = 3 \quad \Leftrightarrow \quad 3 \cdot 3 = 8 - 3 \quad \Leftrightarrow \quad 9 = 5$$

Heraf ses, at  $x = 3$  resulterer i en usand ligning  $9 = 5$  og det kan derfor konkluderes at  $x = 3$  ikke er en løsning til den oprindelige ligning.